

Περιεχόμενα

Πρόλογος.....	13
Κεφάλαιο 1: Στοιχεία ηλεκτρικών κυκλωμάτων.....	15
1.1 Βασικά ηλεκτρικά μεγέθη	15
1.1.1 Ηλεκτρικό φορτίο	15
1.1.2 Ηλεκτρικό ρεύμα	15
1.1.3 Τάση.....	16
1.1.4 Ενέργεια.....	16
1.1.5 Ισχύς.....	16
1.1.6 Σύνοψη.....	17
1.2 Ηλεκτρικά κυκλώματα	17
1.3 Φορά αναφοράς ρεύματος	19
1.3.1 Συμβατική φορά ρεύματος.....	19
1.3.2 Πραγματική φορά ρεύματος	20
1.4 Φορά αναφοράς τάσης.....	20
1.5 Ιδανικά στοιχεία ηλεκτρικών κυκλωμάτων	21
1.6 Αντίσταση.....	22
1.6.1 Παράδειγμα 1.1.....	23
1.7 Πυκνωτής.....	23
1.7.1 Παράδειγμα 1.2.....	25
1.8 Πηνίο	26
1.8.1 Παράδειγμα 1.3.....	27

1.9	Ανεξάρτητες πηγές	28
1.9.1	Ανεξάρτητη πηγή τάσης	28
1.9.2	Ανεξάρτητη πηγή ρεύματος.....	29
1.10	Εξαρτημένες πηγές	30
1.11	Διακόπτης	31
	Προβλήματα.....	32
Κεφάλαιο 2: Θεωρήματα ηλεκτρικών κυκλωμάτων		35
2.1	Νόμοι Kirchhoff	35
2.1.1	Νόμος ρευμάτων Kirchhoff	35
2.1.2	Νόμος τάσεων Kirchhoff	36
2.1.3	Παράδειγμα 2.1.....	36
2.2	Διαίρετης τάσης και ρεύματος.....	39
2.2.1	Διαίρετης τάσης	39
2.2.1.1	Παράδειγμα 2.2.....	41
2.2.1.2	Παράδειγμα 2.3	41
2.2.2	Διαίρετης ρεύματος.....	43
2.2.2.1	Παράδειγμα 2.4.....	44
2.2.2.2	Παράδειγμα 2.5.....	45
2.3	Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά και παράλληλα.....	45
2.3.1	Σύνδεση αντιστάσεων σε σειρά	45
2.3.2	Σύνδεση αντιστάσεων παράλληλα.....	47
2.3.3	Παράδειγμα 2.6.....	49
2.4	Αρχή της επαλληλίας.....	54
2.4.1	Παράδειγμα 2.7.....	54
2.4.2	Παράδειγμα 2.8.....	58
2.4.3	Παράδειγμα 2.9.....	60
2.5	Σύνδεση πηγών σε σειρά και παράλληλα.....	63
2.5.1	Σύνδεση πηγών σε σειρά	63
2.5.2	Σύνδεση πηγών παράλληλα.....	64
2.5.3	Παράδειγμα 2.10.....	65
2.6	Σύνδεση πυκνωτών σε σειρά και παράλληλα.....	67
2.6.1	Σύνδεση πυκνωτών σε σειρά	67
2.6.2	Σύνδεση πυκνωτών παράλληλα.....	68
2.6.3	Παράδειγμα 2.11.....	69
2.7	Θεώρημα Kennely για αντιστάσεις	71
2.7.1	Παράδειγμα 2.12.....	73
2.8	Μετασχηματισμός πηγών	76
2.8.1	Σύνδεση πηγών τάσης σε σειρά.....	76
2.8.2	Σύνδεση πηγών τάσης παράλληλα	78

2.8.3	Σύνδεση πηγών ρεύματος παράλληλα	78
2.8.4	Σύνδεση πηγών ρεύματος σε σειρά	80
2.8.5	Σύνδεση πηγής τάσης παράλληλα με αντίσταση	80
2.8.6	Σύνδεση πηγής τάσης παράλληλα με πηγή ρεύματος	81
2.8.7	Σύνδεση πηγής ρεύματος σε σειρά με αντίσταση	81
2.8.8	Σύνδεση πηγής ρεύματος σε σειρά με πηγή τάσης	82
2.8.9	Σύνδεση πηγής τάσης σε σειρά με αντίσταση ή πηνίο ή πυκνωτή	82
2.8.10	Σύνδεση πηγής ρεύματος παράλληλα με αντίσταση ή πηνίο ή πυκνωτή	84
2.8.11	Παράδειγμα 2.13	86
2.8.12	Παράδειγμα 2.14	92
2.8.13	Παράδειγμα 2.15	96
2.9	Θεώρημα Thévenin	99
2.9.1	Μέγιστη μεταφερόμενη ισχύς	99
2.9.2	Ισοδύναμο Thévenin για κυκλώματα που περιέχουν μόνο ανεξάρτητες πηγές	101
2.9.2.1	Παράδειγμα 2.16	101
2.9.2.2	Παράδειγμα 2.17	104
2.9.3	Ισοδύναμο Thévenin για κυκλώματα που περιέχουν μόνο εξαρτημένες πηγές	107
2.9.3.1	Παράδειγμα 2.18	108
2.9.4	Ισοδύναμο Thévenin για κυκλώματα που περιέχουν ανεξάρτητες και εξαρτημένες πηγές	111
2.9.4.1	Παράδειγμα 2.19	112
2.10	Θεώρημα Norton	116
2.10.1	Παράδειγμα 2.20	117
2.11	Θεώρημα Millman	120
2.11.1	Παράδειγμα 2.21	121
2.12	Συμμετρικά κυκλώματα	123
2.12.1	Παράδειγμα 2.22	123
2.12.2	Παράδειγμα 2.23	126
2.12.3	Παράδειγμα 2.24	128
2.13	Μέθοδος κόμβων	130
2.13.1	Παράδειγμα 2.25	131
2.13.2	Παράδειγμα 2.26	134
2.13.3	Παράδειγμα 2.27	137
2.14	Μέθοδος βρόχων	138
2.14.1	Παράδειγμα 2.28	139

2.14.2	Παράδειγμα 2.29.....	141
2.14.3	Παράδειγμα 2.30.....	143
	Προβλήματα	145
Κεφάλαιο 3: Στοιχειώδη μεταβατικά φαινόμενα.....		155
3.1	Εισαγωγή	155
3.2	Ανάλυση μεταβατικών φαινομένων σε κυκλώματα πρώτης τάξης.....	155
3.2.1	Διαφορική εξίσωση πρώτης τάξης.....	155
3.2.2	Μεθοδολογία	156
3.2.3	Παράδειγμα 3.1.....	157
3.2.4	Παράδειγμα 3.2.....	160
3.3	Ανάλυση μεταβατικών φαινομένων σε κυκλώματα δεύτερης τάξης	165
3.3.1	Διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης.....	165
3.3.2	Μεθοδολογία	167
3.3.3	Παράδειγμα 3.3.....	167
3.3.4	Παράδειγμα 3.4.....	171
3.3.5	Παράδειγμα 3.5.....	175
	Προβλήματα	179
Κεφάλαιο 4: Εναλλασσόμενο ρεύμα.....		183
4.1	Εισαγωγή	183
4.2	Αναπαράσταση ημιτονοειδών συναρτήσεων με μιγαδικούς αριθμούς	186
4.2.1	Παράδειγμα 4.1.....	188
4.2.2	Παράδειγμα 4.2.....	188
4.3	Σχέσεις τάσης-ρεύματος στοιχείων ηλεκτρικών κυκλωμάτων στην ημιτονοειδή μόνιμη κατάσταση.....	189
4.3.1	Αντίσταση.....	189
4.3.2	Πηνίο	191
4.3.3	Πυκνωτής.....	192
4.3.4	Σύνοψη αποτελεσμάτων	193
4.3.5	Παράδειγμα 4.3.....	194
4.3.6	Παράδειγμα 4.4.....	195
4.3.7	Παράδειγμα 4.5.....	195
4.4	Σύνθετη αντίσταση και σύνθετη αγωγιμότητα.....	196
4.4.1	Σύνδεση σύνθετων αντιστάσεων σε σειρά	197
4.4.2	Σύνδεση σύνθετων αντιστάσεων παράλληλα	198
4.4.3	Παράδειγμα 4.6.....	199
4.5	Νόμοι Kirchhoff	201
4.5.1	Νόμος ρευμάτων Kirchhoff.....	201
4.5.2	Νόμος τάσεων Kirchhoff.....	202

4.5.3	Παράδειγμα 4.7.....	202
4.6	Διαιρέτης τάσης και ρεύματος.....	205
4.6.1	Διαιρέτης τάσης	205
4.6.2	Διαιρέτης ρεύματος.....	206
4.7	Θεώρημα Kennely	207
4.8	Μέθοδος κόμβων	208
4.8.1	Περιγραφή	208
4.8.2	Μαθηματική θεμελίωση	209
4.8.3	Παράδειγμα 4.8.....	210
4.9	Μέθοδος βρόχων	213
4.9.1	Περιγραφή	213
4.9.2	Μαθηματική θεμελίωση	213
4.9.3	Παράδειγμα 4.9.....	214
4.10	Θεώρημα Thevenin.....	216
4.10.1	Παράδειγμα 4.10.....	217
4.11	Θεώρημα Norton	220
4.12	Ισχύς	221
4.13	Ισοζύγιο ισχύος.....	224
4.13.1	Παράδειγμα 4.11.....	224
4.14	Συντελεστής ισχύος	227
4.14.1	Συντελεστής ισχύος και σύνθετη αντίσταση φορτίου	229
4.14.2	Συντελεστής ισχύος και φαινόμενη ισχύς φορτίου.....	230
4.15	Διόρθωση συντελεστή ισχύος.....	231
4.15.1	Σημασία συντελεστή ισχύος	231
4.15.2	Διόρθωση συντελεστή ισχύος.....	232
4.15.3	Παράδειγμα 4.12.....	234
4.15.4	Παράδειγμα 4.13.....	235
4.16	Ροή ισχύος	236
4.16.1	Παράδειγμα 4.14.....	238
	Προβλήματα	240
Κεφάλαιο 5: Τριφασικά κυκλώματα.....		249
5.1	Εισαγωγή	249
5.2	Τριφασική γεννήτρια	251
5.2.1	Τριφασική γεννήτρια σε διάταξη αστέρα	251
5.2.2	Τριφασική γεννήτρια σε διάταξη τριγώνου	252
5.3	Τριφασικό φορτίο	252
5.3.1	Τριφασικό φορτίο σε διάταξη αστέρα	253
5.3.2	Τριφασικό φορτίο σε διάταξη τριγώνου	253
5.4	Συνδεσμολογίες γεννητριών και φορτίων	254

5.5	Συνδεσμολογία αστέρα-αστέρα.....	255
5.5.1	Παράδειγμα 5.1.....	257
5.6	Συνδεσμολογία τριγώνου-τριγώνου	259
5.7	Συνδεσμολογία αστέρα-τριγώνου.....	261
5.7.1	Παράδειγμα 5.2.....	263
5.8	Συνδεσμολογία τριγώνου-αστέρα.....	264
5.8.1	Παράδειγμα 5.3.....	266
5.9	Τάσεις και ρεύματα τριφασικού φορτίου	269
5.10	Ισχύς στα τριφασικά κυκλώματα.....	269
5.10.1	Σύνδεση του φορτίου σε αστέρα.....	272
5.10.2	Σύνδεση του φορτίου σε τρίγωνο	272
5.10.3	Ισχύς και σύνθετη αντίσταση.....	273
5.10.4	Παράδειγμα 5.4.....	274
5.10.5	Παράδειγμα 5.5.....	276
5.10.6	Παράδειγμα 5.6.....	279
5.11	Διόρθωση συντελεστή ισχύος.....	282
5.11.1	Παράδειγμα 5.7.....	282
	Προβλήματα	285
Παράρτημα Α: Μιγαδικοί αριθμοί.....		293
A.1	Εναλλακτικές μορφές γραφής μιγαδικού αριθμού	293
A.2	Μετατροπές μιγαδικών αριθμών με υπολογιστή τσέπης.....	295
A.3	Πράξεις μιγαδικών αριθμών	298
A.3.1	Παράδειγμα Α.1.....	299
	Βιβλιογραφία	301

4.13 Ισοζύγιο ισχύος

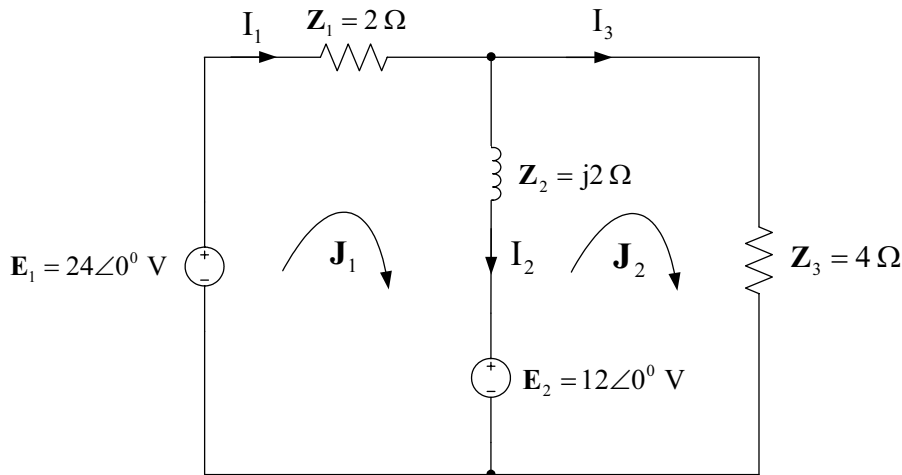
Σε κάθε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος, εξαιτίας της αρχής διατήρησης της ενέργειας, η συνολική παρεχόμενη φαινόμενη ισχύς S_G από όλες τις πηγές που παρέχουν φαινόμενη ισχύ στο κύκλωμα, είναι ίση με τη συνολική καταναλισκόμενη φαινόμενη ισχύ S_C όλων των στοιχείων που καταναλώνουν φαινόμενη ισχύ στο κύκλωμα, δηλαδή:

$$S_G = S_C \quad (4.103)$$

Σε ένα κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος, φαινόμενη ισχύ καταναλώνουν τα φορτία του. Επίσης φαινόμενη ισχύ μπορούν να καταναλώνουν και κάποιες από τις πηγές. Για παράδειγμα, μία πηγή τάσης καταναλώνει φαινόμενη ισχύ όταν η φορά του ρεύματος (στον κλάδο που είναι η πηγή τάσης) διέρχεται από το θετικό προς τον αρνητικό πόλο της πηγής τάσης.

4.13.1 Παράδειγμα 4.11

Να γίνει το ισοζύγιο ισχύος για το κύκλωμα του Σχήματος 4.25, στο οποίο δίνονται οι μέγιστες τιμές των πηγών τάσης.



Σχήμα 4.25: Κύκλωμα παραδείγματος 4.11.

Λύση

Ορίζουμε τα ρεύματα των βρόχων J_1 και J_2 , όπως φαίνονται στο Σχήμα 4.25.

Σχηματίζουμε τη μήτρα σύνθετων αντιστάσεων βρόχων και το διάνυσμα πηγών τάσεων με εποπτεία του κυκλώματος του Σχήματος 4.25 και εφαρμόζοντας τους κανόνες της ενότητας 4.9.2 για τους πίνακες αυτούς. Έτσι έχουμε:

$$\begin{aligned}\underline{\mathbf{Z}} \cdot \underline{\mathbf{J}} = \underline{\mathbf{V}} &\Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{11} & \mathbf{Z}_{12} \\ \mathbf{Z}_{21} & \mathbf{Z}_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 + \mathbf{Z}_2 & -\mathbf{Z}_2 \\ -\mathbf{Z}_2 & \mathbf{Z}_2 + \mathbf{Z}_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \begin{bmatrix} 2 + j2 & -j2 \\ -j2 & 4 + j2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 24\angle 0^\circ - 12\angle 0^\circ \\ 12\angle 0^\circ \end{bmatrix} \Rightarrow \\ \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + j2 & -j2 \\ -j2 & 4 + j2 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ 12 \end{bmatrix} &\Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1 \\ \mathbf{J}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.707\angle -11.31^\circ \text{ A} \\ 3.721\angle 7.12^\circ \text{ A} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Από το κύκλωμα του Σχήματος 4.25 προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned}\mathbf{I}_1 = \mathbf{J}_1 &\Rightarrow \mathbf{I}_1 = 4.707\angle -11.31^\circ \text{ A} \\ \mathbf{I}_2 = \mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2 &\Rightarrow \mathbf{I}_2 = 1.664\angle -56.31^\circ \text{ A} \\ \mathbf{I}_3 = \mathbf{J}_2 &\Rightarrow \mathbf{I}_3 = 3.721\angle 7.12^\circ \text{ A}\end{aligned}$$

Επειδή στο κύκλωμα του Σχήματος 4.25 είναι γνωστές οι μέγιστες τιμές των πηγών τάσης \mathbf{E}_1 και \mathbf{E}_2 , όλα τα μεγέθη (τάσεις και ρεύματα) του κυκλώματος που υπολογίστηκαν αφορούν τις μέγιστες τιμές των μεγεθών αυτών, οπότε για τον υπολογισμό της φαινόμενης ισχύος των στοιχείων του κυκλώματος θα χρησιμοποιηθεί η σχέση (4.89):

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{V}_m \cdot \mathbf{I}_m^*$$

που χρησιμοποιεί μέγιστες τιμές τάσης και ρεύματος και όχι η σχέση (4.80):

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}_{\text{rms}} \cdot \mathbf{I}_{\text{rms}}^*$$

που χρησιμοποιεί ενεργές τιμές τάσης και ρεύματος.

α) Υπολογισμός της φαινόμενης ισχύος της πηγής τάσης \mathbf{E}_1

Η πηγή τάσης \mathbf{E}_1 παρέχει ισχύ στο κύκλωμα επειδή το ρεύμα \mathbf{I}_1 διέρχεται από τον αρνητικό προς το θετικό πόλο της πηγής τάσης \mathbf{E}_1 . Η φαινόμενη ισχύς της πηγής τάσης \mathbf{E}_1 είναι:

$$\mathbf{S}_{E_1} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{I}_1^* = \frac{1}{2} \cdot (24 \angle 0^\circ) \cdot (4.707 \angle -11.31^\circ)^* \Rightarrow$$

$$\mathbf{S}_{E_1} = 56.48 \angle 11.31^\circ \text{ VA} \Rightarrow \mathbf{S}_{E_1} = 55.39 \text{ W} + j11.08 \text{ VAR}$$

β) Υπολογισμός της φαινόμενης ισχύος της πηγής τάσης \mathbf{E}_2

Η πηγή τάσης \mathbf{E}_2 καταναλώνει ισχύ επειδή το ρεύμα \mathbf{I}_2 διέρχεται από το θετικό προς τον αρνητικό πόλο της πηγής τάσης \mathbf{E}_2 . Η φαινόμενη ισχύς της πηγής τάσης \mathbf{E}_2 είναι:

$$\mathbf{S}_{E_2} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{I}_2^* = \frac{1}{2} \cdot (12 \angle 0^\circ) \cdot (1.664 \angle -56.31^\circ)^* \Rightarrow$$

$$\mathbf{S}_{E_2} = 9.985 \angle 56.31^\circ \text{ VA} \Rightarrow \mathbf{S}_{E_2} = 5.54 \text{ W} + j8.31 \text{ VAR}$$

γ) Υπολογισμός της φαινόμενης ισχύος της σύνθετης αντίστασης \mathbf{Z}_1

Η σύνθετη αντίσταση \mathbf{Z}_1 καταναλώνει φαινόμενη ισχύ:

$$\mathbf{S}_{Z_1} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{I}_1^* = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{I}_1 \cdot \mathbf{Z}_1) \cdot \mathbf{I}_1^* = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{I}_1 \cdot \mathbf{I}_1^*) \cdot \mathbf{Z}_1 = \frac{1}{2} \cdot I_1^2 \cdot \mathbf{Z}_1 = \frac{1}{2} \cdot 4.707^2 \cdot (2) \Rightarrow$$

$$\mathbf{S}_{Z_1} = 22.16 \angle 0^\circ \text{ VA} \Rightarrow \mathbf{S}_{Z_1} = 22.16 \text{ W} + j0 \text{ VAR}$$

δ) Υπολογισμός της φαινόμενης ισχύος της σύνθετης αντίστασης \mathbf{Z}_2

Η σύνθετη αντίσταση \mathbf{Z}_2 καταναλώνει φαινόμενη ισχύ:

$$\mathbf{S}_{Z_2} = \frac{1}{2} \cdot I_2^2 \cdot \mathbf{Z}_2 = \frac{1}{2} \cdot 1.664^2 \cdot (j2) \Rightarrow$$

$$\mathbf{S}_{Z_2} = 2.77 \angle 90^\circ \text{ VA} \Rightarrow \mathbf{S}_{Z_2} = 0 \text{ W} + j2.77 \text{ VAR}$$

ε) Υπολογισμός της φαινόμενης ισχύος της σύνθετης αντίστασης \mathbf{Z}_3

Η σύνθετη αντίσταση \mathbf{Z}_3 καταναλώνει φαινόμενη ισχύ:

$$\mathbf{S}_{Z_3} = \frac{1}{2} \cdot I_3^2 \cdot \mathbf{Z}_3 = \frac{1}{2} \cdot 3.721^2 \cdot (4) \Rightarrow$$

$$\mathbf{S}_{Z_3} = 27.69 \angle 0^\circ \text{ VA} \Rightarrow \mathbf{S}_{Z_3} = 27.69 \text{ W} + j0 \text{ VAR}$$

στ) Ισοζύγιο ισχύος

Στον Πίνακα 4.3 φαίνεται το ισοζύγιο ισχύος. Όπως προκύπτει από την τελευταία γραμμή του Πίνακα 4.3, ικανοποιείται η σχέση (4.103), $S_G = S_C$, του ισοζυγίου ισχύος.

Πίνακας 4.3: Ισοζύγιο ισχύος.

Στοιχείο	Παραγωγή φαινόμενης ισχύος	Κατανάλωση φαινόμενης ισχύος
E_1	$S_{E_1} = 55.39 \text{ W} + j1.08 \text{ VAR}$	
E_2		$S_{E_2} = 5.54 \text{ W} + j8.31 \text{ VAR}$
Z_1		$S_{Z_1} = 22.16 \text{ W} + j0 \text{ VAR}$
Z_2		$S_{Z_2} = 0 \text{ W} + j2.77 \text{ VAR}$
Z_3		$S_{Z_3} = 27.69 \text{ W} + j0 \text{ VAR}$
Σύνολο	$S_G = 55.39 \text{ W} + j1.08 \text{ VAR}$	$S_C = 55.39 \text{ W} + j1.08 \text{ VAR}$

4.14 Συντελεστής ισχύος

Ο λόγος της πραγματικής ισχύος P προς το μέτρο S της φαινόμενης ισχύος S ονομάζεται συντελεστής ισχύος $\cos \phi$.

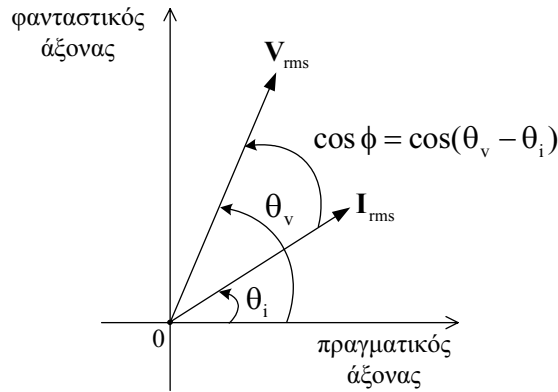
Από τον ορισμό αυτό του συντελεστή ισχύος και με τη βοήθεια των σχέσεων (4.99) και (4.85) έχουμε:

$$\cos \phi = \frac{P}{S} = \frac{V_{\text{rms}} \cdot I_{\text{rms}} \cdot \cos(\theta_v - \theta_i)}{V_{\text{rms}} \cdot I_{\text{rms}}} \Rightarrow$$

$$\cos \phi = \cos(\theta_v - \theta_i) \quad (4.104)$$

Στη σχέση (4.104), ο συντελεστής ισχύος $\cos \phi$ υπολογίζεται συναρτήσει της φασικής απόκλισης μεταξύ τάσης και ρεύματος.

Στο Σχήμα 4.26 δίνεται ο γραφικός υπολογισμός του συντελεστή ισχύος $\cos \phi$, ο οποίος βασίζεται στη σχέση (4.104).

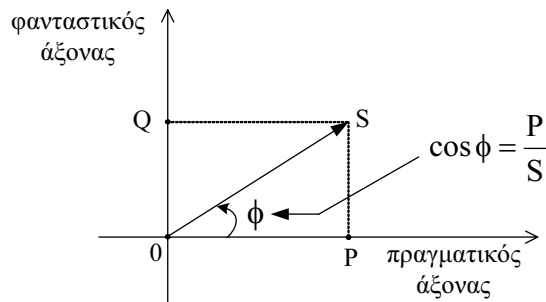


Σχήμα 4.26: Γραφικός υπολογισμός του συντελεστή ισχύος $\cos \phi$ με βάση τη σχέση (4.104).

Εναλλακτικά, από τον ορισμό του συντελεστή ισχύος και με τη βοήθεια της σχέσης (4.97) έχουμε:

$$\cos \phi = \frac{P}{S} \Rightarrow \cos \phi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} \quad (4.105)$$

Στη σχέση (4.105), ο συντελεστής ισχύος $\cos \phi$ υπολογίζεται συναρτήσει της ενεργού ισχύος P και της αέργου ισχύος Q . Στο Σχήμα 4.27 δίνεται ο γραφικός υπολογισμός του συντελεστή ισχύος $\cos \phi$, ο οποίος βασίζεται στη σχέση (4.105).



Σχήμα 4.27: Γραφικός υπολογισμός του συντελεστή ισχύος $\cos \phi$ με βάση τη σχέση (4.105).

4.14.1 Συντελεστής ισχύος και σύνθετη αντίσταση φορτίου

Από τη σχέση (4.104) βλέπουμε ότι ο συντελεστής ισχύος είναι ίσος με το συνημίτονο της διαφοράς φάσης μεταξύ τάσης και έντασης.

Ο συντελεστής ισχύος παίρνει τιμές από μηδέν έως ένα.

Ο συντελεστής ισχύος παίρνει τιμή ένα, όταν το φορτίο είναι καθαρά ωμικό. Έτσι, για παράδειγμα το καθαρά ωμικό φορτίο $Z_L = 2 \Omega = 2 \angle 0^\circ \Omega$, έχει $\phi_{Z_L} = 0^\circ$, οπότε $\cos \phi_{Z_L} = \cos 0^\circ = 1$.

Ο συντελεστής ισχύος παίρνει τιμή μηδέν, όταν το φορτίο είναι καθαρά επαγωγικό ή καθαρά χωρητικό. Έτσι, για παράδειγμα το καθαρά επαγωγικό φορτίο $Z_L = j4 \Omega = 4 \angle 90^\circ \Omega$, έχει $\phi_{Z_L} = 90^\circ$, οπότε $\cos \phi_{Z_L} = \cos 90^\circ = 0$. Επίσης, για παράδειγμα το καθαρά χωρητικό φορτίο $Z_L = -j7 \Omega = 7 \angle -90^\circ \Omega$, έχει $\phi_{Z_L} = -90^\circ$, οπότε $\cos \phi_{Z_L} = \cos(-90^\circ) = 0$.

Ο συντελεστής ισχύος παίρνει τιμές μεταξύ μηδέν και ένα (εξαιρουμένων των τιμών μηδέν και ένα), όταν το φορτίο είναι επαγωγικό ή χωρητικό (όχι καθαρά επαγωγικό και όχι καθαρά χωρητικό). Έτσι, για παράδειγμα το επαγωγικό φορτίο $Z_L = (2 + j1) \Omega = 2.24 \angle 26.57^\circ \Omega$, έχει $\phi_{Z_L} = 26.57^\circ$, οπότε στην περίπτωση αυτή $\cos \phi_{Z_L} = \cos 26.57^\circ = 0.894$ επαγωγικό. Επίσης, για παράδειγμα το χωρητικό φορτίο $Z_L = (1 - j1) \Omega = 1.41 \angle -45^\circ \Omega$, έχει $\phi_{Z_L} = -45^\circ$, οπότε στην περίπτωση αυτή $\cos \phi_{Z_L} = \cos(-45^\circ) = 0.707$ χωρητικό.

Στον Πίνακα 4.4 συνοψίζονται τα αποτελέσματα από τα παραπάνω παραδείγματα του συντελεστή ισχύος.

Πίνακας 4.4: Χαρακτηρισμός συντελεστή ισχύος (ΣΙ) ανάλογα με τη σύνθετη αντίσταση του φορτίου.

Φορτίο Z_L	ϕ_{Z_L}	$\cos \phi_{Z_L}$	Χαρακτηρισμός ΣΙ
$Z_L = 2 \Omega = 2 \angle 0^\circ \Omega$	0°	1.000	ΣΙ = 1 καθαρά ωμικός
$Z_L = j4 \Omega = 4 \angle 90^\circ \Omega$	90°	0.000	ΣΙ = 0 καθαρά επαγωγικός
$Z_L = -j7 \Omega = 7 \angle -90^\circ \Omega$	-90°	0.000	ΣΙ = 0 καθαρά χωρητικός
$Z_L = (2 + j1) \Omega = 2.24 \angle 26.57^\circ \Omega$	26.57°	0.894	ΣΙ = 0.894 επαγωγικός
$Z_L = (1 - j1) \Omega = 1.41 \angle -45^\circ \Omega$	-45°	0.707	ΣΙ = 0.707 χωρητικός

Ο συντελεστής ισχύος ενός φορτίου φωτισμού, το οποίο αποτελείται από λαμπτήρες, είναι πρακτικά ίσος με ένα, καθώς η αυτεπαγωγή είναι αμελητέα σε σχέση με την ωμική αντίσταση.

Αντίθετα, σε ένα εργοστάσιο, το φορτίο αποτελείται κυρίως από κινητήρες επαγωγής, οπότε ο συντελεστής ισχύος σπάνια ξεπερνά το 0.85 και μπορεί να πέσει μέχρι και το 0.40, αν οι κινητήρες φορτίζονται σε μικρό ποσοστό της ονομαστικής τους ισχύος.

4.14.2 Συντελεστής ισχύος και φαινόμενη ισχύς φορτίου

Ο χαρακτηρισμός του συντελεστή ισχύος ανάλογα με τη φαινόμενη ισχύ του φορτίου συμβαδίζει με το χαρακτηρισμό του συντελεστή ισχύος ανάλογα με τη σύνθετη αντίσταση του φορτίου.

Ο συντελεστής ισχύος παίρνει τιμή ένα, όταν το φορτίο είναι καθαρά ωμικό. Έτσι, για παράδειγμα το καθαρά ωμικό φορτίο με φαινόμενη ισχύ $S_L = 10 \text{ kW} + j0 \text{ kVAR}$, έχει ενεργό ισχύ $P_L > 0$ και άεργο ισχύ $Q_L = 0$, οπότε από τη σχέση (4.105) προκύπτει ότι $\cos \phi_L = P_L / \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} = 1$.

Ο συντελεστής ισχύος παίρνει τιμή μηδέν, όταν το φορτίο είναι καθαρά επαγωγικό ή καθαρά χωρητικό. Έτσι, για παράδειγμα το καθαρά επαγωγικό φορτίο με φαινόμενη ισχύ $S_L = 0 \text{ kW} + j10 \text{ kVAR}$, έχει ενεργό ισχύ $P_L = 0$ και άεργο ισχύ $Q_L > 0$, οπότε από τη σχέση (4.105) προκύπτει ότι $\cos \phi_L = P_L / \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} = 0$. Επίσης, για παράδειγμα το καθαρά χωρητικό φορτίο με φαινόμενη ισχύ $S_L = 0 \text{ kW} - j10 \text{ kVAR}$, έχει ενεργό ισχύ $P_L = 0$ και άεργο ισχύ $Q_L < 0$, οπότε από τη σχέση (4.105) προκύπτει ότι $\cos \phi_L = P_L / \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} = 0$.

Ο συντελεστής ισχύος παίρνει τιμές μεταξύ μηδέν και ένα (εξαιρουμένων των τιμών μηδέν και ένα), όταν το φορτίο είναι επαγωγικό ή χωρητικό (όχι καθαρά επαγωγικό και όχι καθαρά χωρητικό). Έτσι, για παράδειγμα το επαγωγικό φορτίο με φαινόμενη ισχύ $S_L = 8 \text{ kW} + j6 \text{ kVAR}$, έχει ενεργό ισχύ $P_L > 0$ και άεργο ισχύ $Q_L > 0$, οπότε από τη σχέση (4.105) προκύπτει ότι $\cos \phi_L = P_L / \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} = 8 / \sqrt{8^2 + 6^2} = 0.8$ επαγωγικό. Επίσης, για παράδειγμα το χωρητικό φορτίο με φαινόμενη ισχύ $S_L = 8 \text{ kW} - j6 \text{ kVAR}$, έχει ενεργό ισχύ $P_L > 0$ και άεργο ισχύ $Q_L < 0$, οπότε από τη σχέση (4.105) προκύπτει ότι $\cos \phi_L = P_L / \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} = 8 / \sqrt{8^2 + 6^2} = 0.8$ χωρητικό.

Στον Πίνακα 4.5 συνοψίζονται τα αποτελέσματα από τα παραπάνω παραδείγματα του συντελεστή ισχύος.

Πίνακας 4.5: Χαρακτηρισμός συντελεστή ισχύος ανάλογα με τη φαινόμενη ισχύ του φορτίου.

Φαινόμενη ισχύς S_L	Χαρακτηρισμός $\cos\phi$
$S_L = 10 \text{ kW} + j0 \text{ kVAR}$	$\cos\phi = 1$ καθαρά ωμικός
$S_L = 0 \text{ kW} + j10 \text{ kVAR}$	$\cos\phi = 0$ καθαρά επαγωγικός
$S_L = 0 \text{ kW} - j10 \text{ kVAR}$	$\cos\phi = 0$ καθαρά χωρητικός
$S_L = 8 \text{ kW} + j6 \text{ kVAR}$	$\cos\phi = 0.8$ επαγωγικός
$S_L = 8 \text{ kW} - j6 \text{ kVAR}$	$\cos\phi = 0.8$ χωρητικός

4.15 Διόρθωση συντελεστή ισχύος

4.15.1 Σημασία συντελεστή ισχύος

Έστω ότι η ενεργός ισχύς για την εκτέλεση ορισμένου έργου είναι P (σε kW). Για την επίτευξη του επιδιωκόμενου σκοπού μπορούν να χρησιμοποιηθούν δύο τριφασικοί κινητήρες της ίδιας ονομαστικής τάσης, όπου ο πρώτος κινητήρας λειτουργεί στο υπόψιν φορτίο με συντελεστή ισχύος $\cos\phi_1 = 0.90$, ενώ ο δεύτερος λειτουργεί με $\cos\phi_2 = 0.45$, δηλαδή ο δεύτερος κινητήρας λειτουργεί στο μισό συντελεστή ισχύος. Στην περίπτωση αυτή, το ρεύμα στη γραμμή τροφοδοσίας του δεύτερου κινητήρα (με συντελεστή ισχύος 0.45) είναι διπλάσιο από το ρεύμα στη γραμμή τροφοδοσίας του πρώτου κινητήρα (με ίδια ενεργό ισχύ και τάση με το δεύτερο κινητήρα, αλλά με συντελεστή ισχύος το διπλάσιο, δηλαδή 0.90). Αυτό έχει σαν συνέπεια τα ακόλουθα μειονεκτήματα της δεύτερης λύσης (κινητήρας με συντελεστή ισχύος 0.45), σε σχέση με την πρώτη λύση (κινητήρας με συντελεστή ισχύος 0.90):

- Οι απώλειες $R \cdot I^2$ κατά μήκος της γραμμής τροφοδοσίας του δεύτερου κινητήρα είναι τετραπλάσιες, λόγω του διπλάσιου ρεύματος
- Η πτώση τάσης στη γραμμή του δεύτερου κινητήρα θα είναι μεγαλύτερη
- Λόγω κυκλοφορίας μεγαλύτερου ρεύματος στη γραμμή του δεύτερου κινητήρα, απαιτείται μεγαλύτερη διατομή του αγωγού τροφοδοσίας
- Στο δεύτερο κινητήρα, για την παροχή του μεγαλύτερου ρεύματος, απαιτείται μεγαλύτερη γεννήτρια.

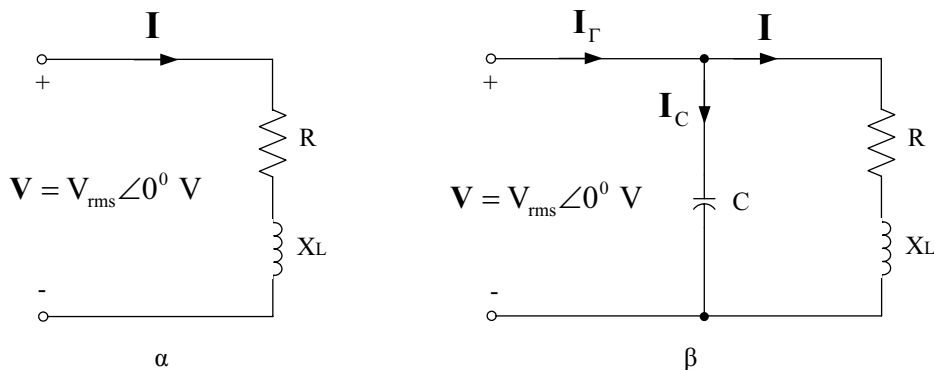
Βλέπουμε λοιπόν τη σημασία την οποία έχει ο συντελεστής ισχύος και γίνεται αντιληπτός ο λόγος για τον οποίο οι εταιρίες ηλεκτρικής ενέργειας (πχ η ΔΕΗ) επιβαρύνουν συμπληρωματικά τους καταναλωτές που παρουσιάζουν χαμηλό συντελεστή ισχύος.

Για να αποφύγουν οι βιομηχανικοί καταναλωτές την πληρωμή προστίμου, λόγω χαμηλού συντελεστή ισχύος, θα πρέπει να αυξήσουν (να διορθώσουν) το συντελεστή ισχύος.

4.15.2 Διόρθωση συντελεστή ισχύος

Ο βιομηχανικός καταναλωτής του Σχήματος 4.28(α) έχει επαγωγικό φορτίο $Z_L = R + jX_L$ με συντελεστή ισχύος $\cos \phi_{old}$ και ενεργό ισχύ P . Η γραμμή τροφοδοσίας του βιομηχανικού καταναλωτή έχει τάση ενεργού τιμής V_{rms} και συχνότητας f . Έστω ότι είναι επιθυμητή η διόρθωση του συντελεστή ισχύος του βιομηχανικού καταναλωτή από $\cos \phi_{old}$ σε $\cos \phi_{new}$.

Η διόρθωση του συντελεστή ισχύος γίνεται με σύνδεση πυκνωτή παράλληλα με το επαγωγικό φορτίο του βιομηχανικού καταναλωτή, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.28(β).

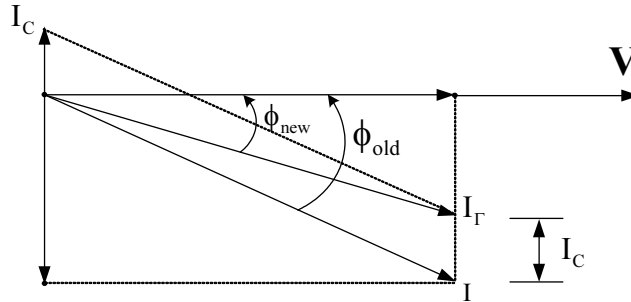


Σχήμα 4.28: (α) βιομηχανικός καταναλωτής (β) χρήση πυκνωτή για τη διόρθωση του συντελεστή ισχύος του βιομηχανικού καταναλωτή.

Επειδή το φορτίο του βιομηχανικού καταναλωτή είναι επαγωγικό, η τάση V προπορεύεται του ρεύματος I κατά γωνία ϕ_{old} , επειδή ο συντελεστής ισχύος είναι $\cos \phi_{old}$.

Στον πυκνωτή, το ρεύμα I_C προπορεύεται της τάσης V κατά 90° .

Η ένταση του ρεύματος γραμμής I_Γ , η οποία είναι το διανυσματικό άθροισμα των εντάσεων I και I_C , καθυστερεί της τάσης V κατά γωνία ϕ_{new} , μικρότερη από τη γωνία ϕ_{old} . Έτσι έχουμε διόρθωση (αύξηση) του συντελεστή ισχύος, αφού $\cos \phi_{new} > \cos \phi_{old}$, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.29.



Σχήμα 4.29: Διανυσματικό διάγραμμα ρευμάτων Σχήματος 4.28(β).

Από το Σχήμα (4.29) προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$I_{\Gamma} \cdot \cos \phi_{\text{new}} = I \cdot \cos \phi_{\text{old}} \quad (4.106)$$

και

$$I_{\Gamma} \cdot \sin \phi_{\text{new}} + I_C = I \cdot \sin \phi_{\text{old}} \quad (4.107)$$

Το επαγωγικό φορτίο του βιομηχανικού καταναλωτή απορροφά ενεργό ισχύ P με συντελεστή ισχύος $\cos \phi_{\text{old}}$ από γραμμή τροφοδοσίας τάσης με ενεργό τιμή V_{rms} , άρα από τη σχέση (4.99), η ενεργός τιμή του ρεύματος I είναι:

$$I = \frac{P}{V_{\text{rms}} \cdot \cos \phi_{\text{old}}} \quad (4.108)$$

Αντικαθιστώντας την (4.108) στην (4.106) έχουμε:

$$I_{\Gamma} \cdot \cos \phi_{\text{new}} = \frac{P}{V_{\text{rms}} \cdot \cos \phi_{\text{old}}} \cdot \cos \phi_{\text{old}} \Rightarrow$$

$$I_{\Gamma} = \frac{P}{V_{\text{rms}} \cdot \cos \phi_{\text{new}}} \quad (4.109)$$

Από τη σχέση (4.45), η ενεργός τιμή του ρεύματος I_C του πυκνωτή είναι:

$$I_C = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot V_{\text{rms}} \quad (4.110)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (4.108) έως (4.110) στη σχέση (4.107) έχουμε:

$$\frac{P}{V_{\text{rms}} \cdot \cos \phi_{\text{new}}} \cdot \sin \phi_{\text{new}} + 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C \cdot V_{\text{rms}} = \frac{P}{V_{\text{rms}} \cdot \cos \phi_{\text{old}}} \cdot \sin \phi_{\text{old}} \Rightarrow$$

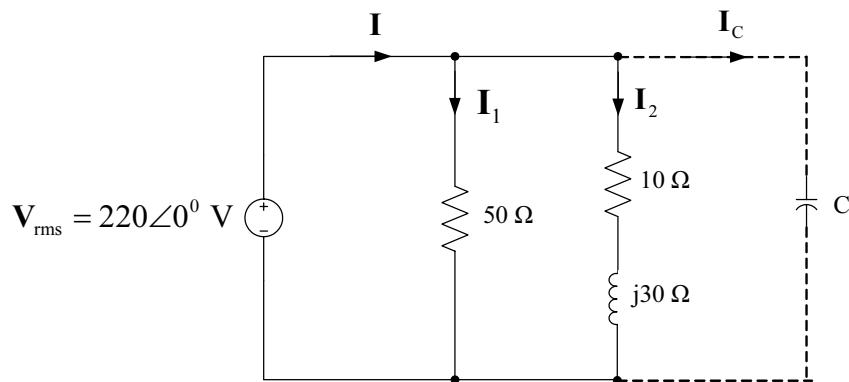
$$C = \frac{P \cdot (\tan \phi_{\text{old}} - \tan \phi_{\text{new}})}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot V_{\text{rms}}^2} \quad (4.111)$$

Η σχέση (4.111) δίνει τη χωρητικότητα του πυκνωτή που απαιτείται προκειμένου ο συντελεστής ισχύος του βιομηχανικού καταναλωτή να αυξηθεί από $\cos \phi_{\text{old}}$ σε $\cos \phi_{\text{new}}$.

4.15.3 Παράδειγμα 4.12

Στο κύκλωμα του Σχήματος 4.30, πηγή τάσης ενεργού τιμής 220 V και συχνότητας 50 Hz τροφοδοτεί δύο φορτία $Z_1 = 50 \Omega$ και $Z_2 = (10 + j30) \Omega$. Να υπολογιστούν:

- Ο συνολικός συντελεστής ισχύος του συνδυασμού των δύο φορτίων.
- Η χωρητικότητα του πυκνωτή που θα πρέπει να συνδεθεί παράλληλα με τα δύο φορτία, έτσι ώστε ο συνολικός συντελεστής ισχύος (του συνδυασμού των δύο φορτίων και του πυκνωτή) να γίνει 0.85.



Σχήμα 4.30: Κύκλωμα παραδείγματος 4.12.

Λύση

(α) Υπολογίζουμε τα ρεύματα που απορροφούν τα δύο φορτία:

$$I_1 = \frac{V_{\text{rms}}}{Z_1} = \frac{220 \angle 0^\circ}{50} \Rightarrow I_1 = (4.4 + j0) \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_{\text{rms}}}{Z_2} = \frac{220 \angle 0^\circ}{10 + j30} \Rightarrow I_2 = (2.2 - j6.6) \text{ A}$$