

Περιεχόμενα

Πρόλογος	11
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	17
1 Διαχείριση ενεργητικού – παθητικού	17
1.1 Δομή του μοντέλου ALM	20
1.1.1 Αντικειμενικές συναρτήσεις	21
1.1.1.1 Θεωρία χρησιμότητας Von Neumann-Morgenstern	22
1.1.1.2 Κλασικές συναρτήσεις χρησιμότητας	22
1.1.1.3 Η θεωρία Von Neumann-Morgenstern και οι συναρτήσεις χρησιμότητας.....	23
1.2 Μοντέλα διαχείρισης περιουσιακών στοιχείων	24
1.2.1 Στοχαστικός προγραμματισμός	24
1.2.2 Κανόνες αποφάσεων	26
1.2.3 Κεφαλαιακή ανάπτυξη	29
1.2.4 Στοχαστικός έλεγχος.....	29
1.2.5 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα των τεσσάρων προσεγγίσεων	30
1.3 Εφαρμογές του μοντέλου διαχείρισης περιουσιακών στοιχείων	31
2 Γενικά χαρακτηριστικά των τραπεζικών ιδρυμάτων	33
2.1 Ο οικονομικός ρόλος των τραπεζικών ιδρυμάτων	33
2.2 Διαχείριση εμπορικών τραπεζών	35
2.3 Βασικές πολιτικές των εμπορικών τραπεζών.....	35
2.3.1 Η συλλογή κεφαλαίων.....	38
2.3.2 Ο δανεισμός.....	40
2.3.3 Η ρευστότητα	41
2.4 Οικονομικές καταστάσεις.....	41

3	Η αβεβαιότητα στη διαχείριση τραπεζικών κινδύνων	46
3.1	Κίνδυνος χρηματοοικονομικών ιδρυμάτων	46
3.2	Τεχνικές εκτίμησης και διαχείρισης κινδύνων.....	54
4	Η προτεινόμενη μεθοδολογική προσέγγιση και στόχοι του βιβλίου	65
Κεφάλαιο 2: Ανασκόπηση των τεχνικών διαχείρισης ενεργητικού-παθητικού		
69		
1	Τεχνικές διαχείρισης περιουσιακών στοιχείων	69
1.1	Ντετερμινιστικά μοντέλα	70
1.1.1	Πολυστοχικό γραμμικό μοντέλο προγραμματισμού.....	73
1.2	Στοχαστικά μοντέλα.....	74
1.2.1	Μοντέλα προγραμματισμού υπό περιορισμούς.....	77
1.2.2	Διαδοχική θεωρητική προσέγγιση αποφάσεων	79
1.2.3	Δυναμικός προγραμματισμός	83
1.2.4	Στοχαστικός γραμμικός προγραμματισμός.....	84
1.2.5	Μοντέλα προσομοίωσης.....	95
1.2.6	Δυναμικά γενικευμένα δίκτυα.....	102
Παράρτημα: Μοντέλα προγραμματισμού διαχείρισης ενεργητικού - παθητικού.....		
104		
Κεφάλαιο 3: Μεθοδολογία για τη διαχείριση ενεργητικού-παθητικού τραπεζών.....		
109		
1	Σκοπός της έρευνας	109
2	Δεδομένα	112
3	Πολυκριτήριος γραμμικός προγραμματισμός.....	113
3.1	Απλές μέθοδοι π.γ.π.	115
3.1.1	Λεξικογραφική βελτιστοποίηση (lexicographic optimization)	115
3.1.2	Μέθοδος του ολικού κριτηρίου.....	115
3.1.3	Προγραμματισμός στόχων.....	118
3.1.4	Ο ρόλος της μεταβελτιστοποίησης.....	121
3.1.5	Ανάλυση κυριαρχίας	122
4	Ανάλυση προσομοίωσης επιτοκίων	123
4.1	Προσομοίωση Monte Carlo	124
Κεφάλαιο 4: Εφαρμογή		
129		
1	Περιγραφή του δείγματος δεδομένων	129
2	Διατύπωση του προβλήματος	131
2.1	Περιορισμοί	131
2.2	Στόχοι	134
2.3	Μαθηματική διατύπωση	140

3	Μεταβελτιστοποίηση	143
4	Ανάλυση προσομοίωσης επιτοκίων	144
5	Ανάλυση αποτελεσμάτων.....	148
5.1	Ανάλυση ευαισθησίας στις προτεραιότητες των στόχων	152
5.2	Ανάλυση πρόβλεψης.....	157
6	Μέτρα πολιτικής και στρατηγικής των τραπεζών	167
	Κεφάλαιο 5: Περίληψη, συμπεράσματα και μελλοντικές κατευθύνσεις	171
	Βιβλιογραφία	179

Κεφάλαιο

3

Μεθοδολογία για τη διαχείριση ενεργητικού-παθητικού τραπεζών

1 Σκοπός της έρευνας

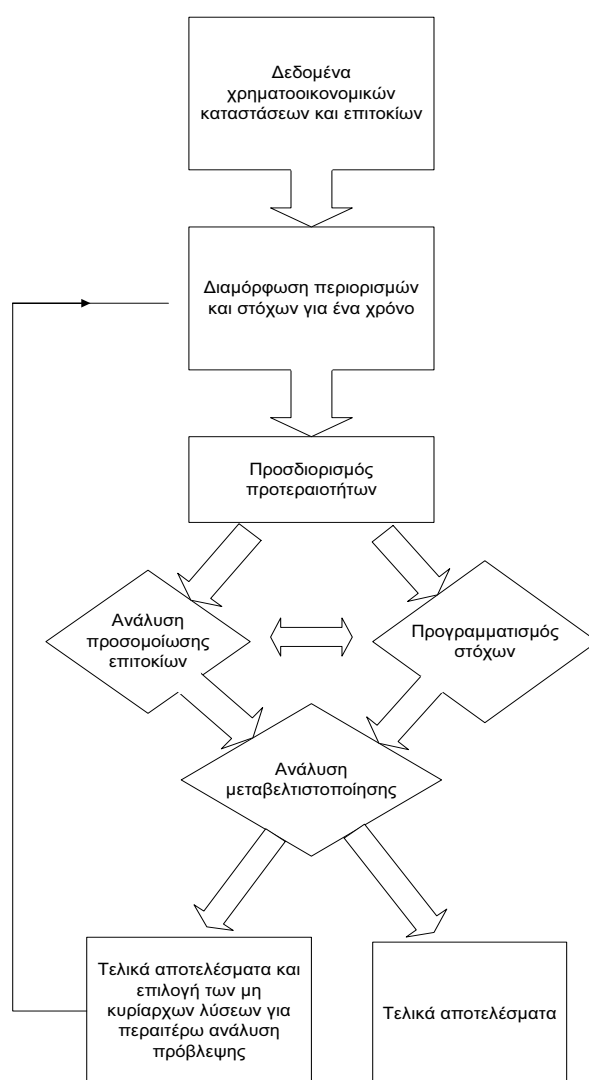
Η ανασκόπηση των τεχνικών διαχείρισης ενεργητικού και παθητικού που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο συμβάλλει στην καλύτερη κατανόηση των μεθοδολογιών που αναπτύχθηκαν στο χώρο του ALM.

Ιδιαίτερα, τα τελευταία χρόνια αναπτύχθηκαν πολλά μοντέλα στον τομέα της χρηματοοικονομικής ανάλυσης. Χαρακτηριστικά αναφέρονται οι έρευνες των Kvanli (1980), Lee και Lero (1973), Lee και Chesser (1980), Baston (1989), Sharma et al. (1995), στις οποίες χρησιμοποιούνται τεχνικές προγραμματισμού στόχων στους χώρους του χρηματοοικονομικού προγραμματισμού και της διαχείρισης χαρτοφυλακίων χρεογράφων. Αυτές οι μελέτες επικεντρώνονται στις περιοχές των τραπεζικών και χρηματοοικονομικών οργανισμών και χρησιμοποιούν στοιχεία από τις χρηματοοικονομικές καταστάσεις των τραπεζών.

Οι μεταβολές, όμως, και οι διακυμάνσεις των παραμέτρων της αγοράς καθιστούν απαραίτητη για κάθε χρηματοοικονομικό οργανισμό τη δημιουργία ενός συστήματος ALM, το οποίο του δίνει τη δυνατότητα να παρακολουθεί την πα-

ρούσα χρηματοοικονομική του κατάσταση και επιπλέον να προχωράει σε διάφορα σενάρια της οικονομικής του πορείας για το μέλλον.

Σκοπός, λοιπόν, της μεθοδολογίας που αναπτύσσεται στα πλαίσια της παρούσας έρευνας είναι η ανάπτυξη ενός μοντέλου προγραμματισμού στόχων σε ένα αβέβαιο περιβάλλον μεταβαλλόμενων επιτοκίων. Πιο συγκεκριμένα, η μεθοδολογία της παρούσας έρευνας παρουσιάζεται συνοπτικά στο παρακάτω σχήμα:



Σχήμα 3.1 Διάγραμμα ροής της προτεινόμενης μεθοδολογίας διαχείρισης ενεργητικού-παθητικού τραπεζών

Λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα των χρηματοοικονομικών καταστάσεων της τράπεζας για το οικονομικό έτος t για το οποίο πρόκειται να γίνει η ανάλυση επιλέγονται οι κατηγορίες λογαριασμών του ενεργητικού και του παθητικού καθώς και τα συνολικά καθαρά κέρδη από το λογαριασμό αποτελεσμάτων χρήσης για τη διαμόρφωση του προβλήματος προγραμματισμού στόχων, το οποίο αποβλέπει στον καθορισμό των στοιχείων ενεργητικού και παθητικού της χρονιάς $t+1$ με βάση τις απαιτήσεις των τραπεζικών στελεχών και της πολιτικής της τράπεζας.

Βάσει των παραπάνω στοιχείων διαμορφώνεται μια σειρά περιορισμών και στόχων, στους οποίους αποτυπώνεται η στρατηγική της τράπεζας, καθώς και οι ιδιαιτερότητες του περιβάλλοντος μέσα στο οποίο λειτουργεί. Λαμβάνονται υπόψη περιορισμοί περιβάλλοντος, οι οποίοι αφορούν τα επίπεδα των λογαριασμών καταθέσεων και χορηγήσεων, που αποτελούν τους σημαντικότερους λογαριασμούς σύνθεσης του τραπεζικού ισολογισμού, καθώς και περιορισμοί που αφορούν την πολιτική της τράπεζας και επιβάλλονται σε χρηματοοικονομικούς δείκτες, καθώς και σε μεταβλητές όπως το κεφάλαιο, τα αποθέματα και η αναλογία του καθαρού κέρδους προς το σύνολο του ενεργητικού. Επίσης, ο περιορισμός διάρθρωσης του ισολογισμού που εξισώνει τις πηγές με τις χρήσεις κεφαλαίων, ο στόχος του δείκτη φερεγγυότητας, ρευστότητας, μέσης απόδοσης περιουσιακών στοιχείων και υποχρεώσεων, καθώς και στόχοι που αντιπροσωπεύουν μεταβλητές όπως το πάγιο ενεργητικό, το ταμείο και τα διαθέσιμα στην Κεντρική Τράπεζα έχουν καθοριστικό ρόλο στην ανάπτυξη του μοντέλου. Οι προσδιοριζόμενοι περιορισμοί και στόχοι αποτυπώνονται σε ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης το οποίο έχει τη μορφή ενός προβλήματος προγραμματισμού στόχων (goal programming) και αποσκοπεί στον εντοπισμό μιας αποτελεσματικής λύσης, η οποία μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα του αποφασίζοντος. Στην παρούσα έρευνα, και συγκεκριμένα στα πλαίσια των τεχνικών προγραμματισμού στόχων, η κάθε αντικειμενική συνάρτηση ενός προβλήματος προγραμματισμού στόχων, μετατρέπεται σε έναν περιορισμό, στο δεξιό σκέλος του οποίου εντάσσεται η αντίστοιχη ιδανική τιμή της κάθε αντικειμενικής συνάρτησης (στόχος). Η επίλυση, λοιπόν, του προβλήματος συμβάλλει στη βελτιστοποίηση των αποκλίσεων από τις προκαθορισμένες ιδανικές τιμές των στόχων του προβλήματος. Οι ιδανικές αυτές τιμές, οι οποίες στο παρόν σύγγραμμα, αποτελούν τα κριτήρια προτεραιότητας, καθορίζονται από τον αποφασίζοντα και αφορούν τα ικανοποιητικά επίπεδα των στόχων του προβλήματος. Επομένως, στα πλαίσια διαμόρφωσης του προβλήματος προγραμματισμού στόχων επιλέγονται δύο εναλλακτικές που αφορούν τα κριτήρια προτεραιότητας των στόχων του προβλήματος. Στην πρώτη εναλλακτική δίνεται πρώτη προτεραιότητα στο στόχο φερεγγυότητας, δεύτερη προτεραιότητα στο στόχο ρευστότητας και τρίτη προτεραιό-

τητα στους υπόλοιπους στόχους. Σύμφωνα με τη δεύτερη εναλλακτική δίνεται πρώτη προτεραιότητα στο στόχο ρευστότητας, δεύτερη στο στόχο φερεγγυότητας και τρίτη στους υπόλοιπους στόχους.

Επίσης, ο επιτοκιακός κίνδυνος υποδεικνύει την επίπτωση των αλλαγών στο καθαρό περιθώριο κέρδους μεταξύ δανειακών και καταθετικών αξιών που εξελίσσονται ως αποτέλεσμα των αποκλίσεων στα επικρατέστερα επιτόκια του ενεργητικού και του παθητικού. Ο στόχος απόδοσης στοιχείων ενεργητικού και παθητικού περιλαμβάνει τον επιτοκιακό κίνδυνο, και συγκεκριμένα τα επιτόκια των καταθέσεων, χορηγήσεων και ομολόγων. Γίνεται φανερό ότι οι μεταβολές και οι διακυμάνσεις των επιτοκίων συμβάλλουν στη μεταβλητότητα της σύνθεσης του ενεργητικού και του παθητικού και συγκεκριμένα του στόχου απόδοσης στοιχείων ενεργητικού και παθητικού. Για την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας αυτών των παραμέτρων έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές (Κεφάλαιο 1). Στη συγκεκριμένη μελέτη, χρησιμοποιείται το μοντέλο προσομοίωσης Monte Carlo για τη δημιουργία ανάλυσης σεναρίων στις τιμές των επιτοκίων προκειμένου να ληφθεί υπόψη ο επιτοκιακός κίνδυνος. Το μοντέλο προγραμματισμού στόχων επιλύεται, λοιπόν, για κάθε ένα από τα σενάρια επιτοκίων που δημιουργούνται. Οι λύσεις που προκύπτουν από την επίλυση του παραπάνω προβλήματος επιβάλλονται σε μια ανάλυση κυριαρχίας για την επιλογή των αποτελεσματικών βέλτιστων λύσεων.

Στη συνέχεια οι επιλεγμένες αποτελεσματικές λύσεις εισέρχονται στην εισαγωγή δεδομένων (διάγραμμα ροής) και το μοντέλο ALM επιλύεται για να προσδιορίσει τα στοιχεία ενεργητικού και παθητικού της επόμενης χρονιάς $t+2$.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται αναλυτικά τα βήματα ανάπτυξης της παραπάνω μεθοδολογίας.

2 Δεδομένα

Στην εφαρμογή της μεθοδολογίας για τη διαχείριση ενεργητικού και παθητικού χρησιμοποιήθηκαν μεταβλητές, οι οποίες προέρχονται από τις χρηματοοικονομικές καταστάσεις μιας εμπορικής τράπεζας της Ελλάδας, τον ισολογισμό και την κατάσταση αποτελεσμάτων χρήσης για το έτος t , προκειμένου να δημιουργηθεί μια μελλοντική κατάσταση στρατηγικής για το έτος $t+1$.

Επίσης, εφόσον η μεταβλητότητα των επιτοκίων συμβάλλει στη μέτρηση της διαχείρισης του κινδύνου των επιτοκίων και έχει άμεση σχέση με τη μεταβολή των περιουσιακών στοιχείων, κρίνεται απαραίτητη η αντιστάθμιση αυτών των κινδύνων. Λαμβάνονται υπόψη τιμές των επιτοκίων χορηγήσεων, καταθέσεων

και ομολογιών για μια σειρά ετών προκειμένου να γίνει πρόβλεψη των επιτοκίων με τη θεώρηση σεναρίων, όπως θα αναφερθεί παρακάτω. Μια πιο διεξοδική ανάλυση των δεδομένων της παρούσας εφαρμογής παρατίθεται στο επόμενο κεφάλαιο.

3 Πολυκριτήριος γραμμικός προγραμματισμός

Ο πολυκριτήριος ή πολυστοχικός γραμμικός προγραμματισμός (multiobjective linear programming) αποτελεί γενίκευση του γραμμικού προγραμματισμού και χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη πολλαπλών υπό μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση αντικειμενικών συναρτήσεων.

Ο πολυκριτήριος γραμμικός προγραμματισμός παρουσίασε αλματώδη ανάπτυξη μέσα στη δεκαετία του '70 και αργότερα στο πλαίσιο της πολυκριτήριας ανάλυσης (multicriteria analysis), μιας φιλοσοφίας που επικράτησε ως ένα ρεαλιστικό πλαίσιο μοντελοποίησης προβλημάτων απόφασης με πολλαπλά κριτήρια (Σίσκος, 1998). Δεδομένου ότι το αποτέλεσμα μιας απόφασης είτε δεν μπορεί να προσδιοριστεί ακριβώς (πολλοί αποφασίζοντες, συνθήκες ανταγωνισμού, κτλ.), είτε επιδέχεται διαφοροποιήσεις κατά τη διάρκεια της διαδικασίας υποστήριξης της απόφασης, ο πολυκριτήριος προγραμματισμός στόχων εμπλουτίζει τη φιλοσοφία του κλασικού γραμμικού προγραμματισμού με νέα αποτελέσματα.

Ένα πολυκριτήριο πρόγραμμα μεγιστοποίησης περιγράφεται ως ακολούθως:

$$\max\{g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)\} \quad (3.1)$$

όπου

$$g_1(x) = c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1l}x_l \quad (3.2)$$

$$g_2(x) = c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{2l}x_l \quad (3.3)$$

$$g_n(x) = c_{n1}x_1 + c_{n2}x_2 + \dots + c_{nl}x_l \quad (3.4)$$

υπό τους περιορισμούς:

$$x \in F = \{x \in R^l / Ax \leq b, x \geq 0\} \quad (3.5)$$

όπου F είναι το σύνολο των εφικτών λύσεων, που οριοθετείται από σύστημα γραμμικών ανισοτήτων

$g_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, n$ είναι οι αντικειμενικές συναρτήσεις (γραμμικές ή μη γραμμικές) του προβλήματος,

c_{ij} , $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, l$ είναι οι αριθμητικοί συντελεστές των αντικειμενικών συναρτήσεων,

x είναι η μήτρα - διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης, διαστάσεων $l \times 1$,

A είναι η μήτρα των συντελεστών c_{ij} , $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, l$, διαστάσεων $m \times l$

και b είναι η μήτρα των πραγματικών συντελεστών, διαστάσεων $m \times 1$.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η έρευνα βέλτιστης λύσης σε ένα πολυκριτήριο σύστημα, δηλαδή λύσης που βελτιστοποιεί ταυτόχρονα όλες τις συναρτήσεις - στόχους είναι μάταιη, αφού τα κριτήρια παίζουν συνήθως ανταγωνιστικό ρόλο ώστε το βέλτιστο ως προς ένα κριτήριο να μην είναι βέλτιστο ως προς τα άλλα. Οι μέθοδοι που έχουν αναπτυχθεί για τέτοια συστήματα έχουν ως στόχο την εύρεση μιας «ενδιάμεσης» λύσης (ικανοποιητική λύση) που ικανοποιεί τον αποφασιζόντα. Στην επιτυχία των μεθόδων για την εύρεση ικανοποιητικών λύσεων έχει συντελέσει αποτελεσματικά η ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας της πληροφορικής επιστήμης. Οι πιο γνωστές σχετικές μέθοδοι έχουν προταθεί από τους Goicoechea et al. (1982), Hwang et al. (1979), Zeleny (1982), Steuer (1986), Zionts και Wallenius (1976), Wierzbicki (1980), Slowinski R. και J. Techem (1990), και Teghem et al. (1986).

Όπως ήδη τονίστηκε, η πολυκριτήρια θεώρηση στο γραμμικό προγραμματισμό πηγάζει από την επιθυμία του αναλυτή να καταστήσει περισσότερο ρεαλιστικό το μοντέλο του, να λάβει δηλαδή υπόψη του περισσότερα από ένα κριτήρια βελτιστοποίησης. Η νέα αυτή μορφή μοντελοποίησης προϋποθέτει τη γραμμικότητα όλων των κριτηρίων, δηλαδή θα πρέπει να βρεθούν οι επιπρόσθετοι αριθμητικοί συντελεστές των αντικειμενικών συναρτήσεων

c_{ij} , $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, l$.

Πρέπει, επίσης, να σημειωθεί ότι ένα πολυκριτήριο πρόβλημα απόφασης ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων χαμηλού βαθμού δόμησης (ill-structured problems), είναι δηλαδή πρόβλημα στο οποίο η ορθολογική λύση δεν προϋπάρχει αλλά αποτελεί αντικείμενο προοδευτικής αναζήτησης, συνήθως μέσω μιας διαδικασίας διαδοχικών προσεγγίσεων (trial and error process).

Οι σύγχρονες μέθοδοι πολυκριτηρίου γραμμικού προγραμματισμού είναι αλληλεπιδραστικού χαρακτήρα (interactive methods), περιέχουν δηλαδή φάσεις υπολογισμού και φάσεις διαλόγου ανθρώπου-μηχανής, που αποσκοπούν στο να

κατανοήσει ο αποφασίζων τις δικές του προτιμήσεις και να καθοδηγηθεί προς την ικανοποιητικότερη λύση.

3.1 Απλές μέθοδοι π.γ.π.

3.1.1 Λεξικογραφική βελτιστοποίηση (lexicographic optimization)

Η μέθοδος προβλέπει τα παρακάτω αλγοριθμικά στάδια:

- 1 Ο αποφασίζων ιεραρχεί τα n κριτήρια-στόχους από το σημαντικότερο μέχρι το υποδεέστερο: g_1, g_2, \dots, g_n .
- 2 Βελτιστοποιείται το σημαντικότερο κριτήριο πάνω στο αρχικό σύνολο F και έστω $F^1 \subseteq F$ το σύνολο των βέλτιστων λύσεων για το πρώτο στην ιεραρχία κριτήριο ($i=1$).
- 3 Έστω $F^i \subseteq F^{i-1} \subseteq F^{i-2} \subseteq \dots \subseteq F^1 \subseteq F$ το σύνολο των βέλτιστων λύσεων του i -οστού στην ιεραρχία κριτηρίου πάνω στο σύνολο
$$F^{i-1} \quad (\max g_i(x), x \in F^{i-1}), i = 1, 2, \dots, n$$
- 4 Εάν $|F^i| = 1$ υπάρχει μόνο μια λύση.
Διαφορετικά, τίθεται $i=i+1$
Εάν $i+1 > n$, τότε F^i είναι το σύνολο των βέλτιστων λύσεων, διαφορετικά επιστροφή στο στάδιο 3.

Από αυτή την αλγοριθμική παρουσίαση φαίνεται ότι η επίλυση ενός πολυκριτηρίου γραμμικού προγραμματισμού βάσει της λεξικογραφικής προσέγγισης περατώνεται όταν βρεθεί μια και μοναδική λύση ή εναλλακτικά όταν εξεταστούν όλα τα κριτήρια. Προφανώς σε αυτή τη διαδικασία βελτιστοποίησης η ιεράρχηση των στόχων βάσει της σημαντικότητας τους έχει ιδιαίτερη σημασία, ενώ παράλληλα πρέπει να τονιστεί ότι η εξέταση του κάθε κριτηρίου ανεξάρτητα από τα υπόλοιπα, εν μέρει υποβαθμίζει τον πολυκριτήριο χαρακτήρα του προβλήματος.

3.1.2 Μέθοδος του ολικού κριτηρίου

Ως μέθοδος ολικού κριτηρίου (global criterion method) ορίζεται κάθε μέθοδος που αποσκοπεί στη σύνθεση των n αντικειμενικών συναρτήσεων σε μια, μετατρέποντας το πολυκριτήριο γραμμικό πρόβλημα σε απλό πρόβλημα βελτιστοποίησης. Η νέα συνάρτηση είναι μια συνάρτηση αξιών (value function):

$$u(x) = u[g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)] \quad (3.6)$$

όπου

$g_i(x)$, $i = 1, 2, \dots, n$ είναι οι αντικειμενικές συναρτήσεις (γραμμικές ή μη γραμμικές) του προβλήματος

x είναι η μήτρα - διάνυσμα των μεταβλητών απόφασης, διαστάσεων $l \times 1$ και $x \in F$, όπου F είναι το σύνολο των εφικτών λύσεων, που οριοθετείται από σύστημα γραμμικών ανισοτήτων

Εκτός των τεχνικών δυσκολιών που μπορεί να προκύψουν από το νέο πρόβλημα:

$$[\max]u(x) \tag{3.7}$$

υποκείμενο στο $x \in F$

δεδομένου ότι η συνάρτηση αξιών μπορεί να είναι μη γραμμική, τίθεται και θέμα καταλληλότητας της συγκεκριμένης συνάρτησης ως μοντέλου ολικής προτίμησης του αποφασίζοντος. Το τελευταίο πρόβλημα καθορισμού της συνάρτησης αξιών ενός αποφασίζοντος παραπέμπει στην πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας (multi-attribute utility theory). Στην απλούστερη περίπτωση θεωρείται ότι η συνάρτηση είναι γραμμική εκφραζόμενη ως ένας σταθμισμένος μέσος των στόχων g_1, g_2, \dots, g_n :

$$u(x) = \sum_{i=1}^n p_i g_i(x) \tag{3.8}$$

όπου p_1, p_2, \dots, p_n είναι θετικοί συντελεστές βαρύτητας των στόχων.

Ως μοντέλο ολικής προτίμησης ενός αποφασίζοντος η παραπάνω συνάρτηση οφείλει να σέβεται τις εξής προτιμησησιακές σχέσεις:

$$u(x) > u(y) \Leftrightarrow x > y \text{ η λύση } x \text{ προτιμάται της } y \tag{3.9}$$

$$u(x) = u(y) \Leftrightarrow x \cong y \text{ η λύση } x \text{ κρίνεται ισοδύναμη της } y \tag{3.10}$$

Προφανώς η χρήση μιας τέτοιας συνάρτησης αξιών για την επίλυση ενός πολυκριτηρίου γραμμικού προγραμματισμού εξαρτάται άμεσα από τον προσδιορισμό των συντελεστών βαρύτητας p_i . Για την κατανόηση της φυσικής σημασίας αυτών των συντελεστών στο μοντέλο σταθμισμένου μέσου, έστω δύο υποθετικές λύσεις x και y , οι επιδόσεις των οποίων στους προκαθορισμένους στόχους g_1, g_2, \dots, g_n διαφέρουν μόνο σε δύο στόχους, τους g_1 και g_i ως εξής:

$$x : g_1 \ g_2 \ \dots \ g_i \ \dots \ g_n \tag{3.11}$$

$$y : g_1 - \Delta \ g_2 \ \dots \ g_i + 1 \ \dots \ g_n \tag{3.12}$$

Βάσει των επιδόσεων των δύο λύσεων στους προκαθορισμένους στόχους και θεωρώντας τις δύο λύσεις εξίσου ικανοποιητικές εξάγεται το συμπέρασμα ότι ο αποφασίζων είναι διατεθειμένος να παραχωρήσει Δ μονάδες από το στόχο g_1 προκειμένου να κερδίσει μια μονάδα στο στόχο g_i . Συνεπώς, εφόσον οι δύο λύσεις είναι ισοδύναμες θα πρέπει:

$$u(x) = u(y) \Leftrightarrow$$

$$u(x) = u(x') \Leftrightarrow$$

$$p_1 g_1 + p_2 g_2 + \dots + p_i g_i + \dots + p_n g_n = \quad (3.13)$$

$$p_1 (g_1 - \Delta) + p_2 g_2 + \dots + p_i (g_i + 1) + \dots + p_n g_n$$

από όπου προκύπτει τελικά:

$$\Delta = \frac{p_i}{p_1}, \quad \forall i \quad (3.14)$$

Άρα, εάν τεθεί $p_1=1$ και το κριτήριο παίζει το ρόλο του κριτηρίου αναφοράς που αποζημιώνει τα υπόλοιπα, το βάρος ενός κριτηρίου είναι η ποσότητα που παραχωρείται στο κριτήριο αναφοράς για να κερδηθεί ακριβώς μια μονάδα στο κριτήριο g_i . Επομένως, τα βάρη είναι βαθμοί παραχωρήσεων (trade-offs) μεταξύ των κριτηρίων και του κριτηρίου αναφοράς. Τα στοιχεία αυτά καθορίζουν την κατεύθυνση προς την οποία θα πρέπει να κινηθεί η διαδικασία διερεύνησης του αποτελεσματικού συνόλου. Με τον καθορισμό των πληροφοριών αυτών εντοπίζεται μια νέα βέλτιστη λύση, η οποία αποτελεί τη βάση για τη συνέχιση της ίδιας διαδικασίας έως ότου εντοπιστεί μια λύση, η οποία ανταποκρίνεται κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο στις προτιμήσεις και την πολιτική που ακολουθεί ο αποφασίζων.

Στη διεθνή βιβλιογραφία έχουν παρουσιαστεί διάφορες μέθοδοι οι οποίες βασίζονται στο παραπάνω πλαίσιο, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση προβλημάτων πολυκριτηρίου μαθηματικού προγραμματισμού. Μερικές από τις πλέον γνωστές μεθόδους είναι αυτές των Benayoun et al. (1971), Zionts και Wallenius (1976), Wierzbicki (1980), Steuer και Choo (1983), Korhonen (1988), Korhonen και Wallenius (1988), Siskos και Despotis (1989), Lofti et al. (1992). Βασικό σημείο ορισμένων μεθόδων πολυκριτηρίου μαθηματικού προγραμματισμού αποτελεί η σαφής ανάπτυξη της συνάρτησης χρησιμότητας που διέπει την πολιτική που ακολουθεί ο αποφασίζων, η οποία στη συνέχεια μεγιστοποιείται στην περιοχή των εφικτών λύσεων ώστε να εντοπιστεί η κατάλληλη αποτελεσματική λύση. Σε αυτή την προσέγγιση βασίζεται η μεθοδολογία που προτάθηκε από τους Siskos και Despotis (1989) και υλοποιείται στο σύστημα

ADELAIS (Aide à la Décision pour systèmes Linéaires multicritères par Aide à la Structuration des préférences).

3.1.3 Προγραμματισμός στόχων

Ο προγραμματισμός στόχων, ο οποίος αποτελεί και το εργαλείο μελέτης του παρόντος συγγράμματος, ασχολείται με προβλήματα επίτευξης προκαθορισμένων αντικειμενικών στόχων ή σκοπών σε αντίθεση με τον πολυκριτήριο γραμμικό προγραμματισμό ο οποίος αντιμετωπίζει προβλήματα ελαχιστοποίησης ή μεγιστοποίησης διαφόρων αντικειμενικών συναρτήσεων. Θεμελιωτές του προγραμματισμού στόχων (goal programming) υπήρξαν οι Charnes και Cooper (1961), ενώ εκτενής αναφορά παρατίθεται από τον Spronk (1981), ο οποίος παράλληλα παρουσιάζει και μια σειρά εφαρμογών στο χώρο του χρηματοοικονομικού προγραμματισμού (financial planning).

Ο προγραμματισμός στόχων αντιμετωπίζει τα προβλήματα αυτά σε μια περισσότερο «απλουστευμένη» βάση σε σχέση με τον πολυκριτήριο μαθηματικό προγραμματισμό. Η έννοια του στόχου, η οποία αποτελεί τον πυρήνα αυτής της εναλλακτικής προσέγγισης διαφέρει από την έννοια της αντικειμενικής συνάρτησης που αποτελεί τη βάση του πολυκριτηρίου μαθηματικού προγραμματισμού: κάθε αντικειμενική συνάρτηση υποδεικνύει απλά την κατεύθυνση προς την οποία πρέπει να διερευνηθεί η ύπαρξη ικανοποιητικών λύσεων (όπως ελαχιστοποίηση κόστους, μεγιστοποίηση κέρδους, κ.λπ.). Αντίθετα, η σαφής οριοθέτηση στόχων επιτρέπει την αξιολόγηση του βαθμού στον οποίο η κάθε λύση ανταποκρίνεται σε αυτούς (Keeney και Raiffa, 1993). Σε αντίθεση, λοιπόν, με τον πολυκριτήριο μαθηματικό προγραμματισμό, οι τεχνικές προγραμματισμού στόχων δεν αποσκοπούν στην άμεση βελτιστοποίηση κάθε αντικειμενικής συνάρτησης, αλλά στην αναζήτηση λύσεων, οι οποίες βελτιστοποιούν μια συνάρτηση των αποκλίσεων από τους επιμέρους στόχους του προβλήματος.

Ο προγραμματισμός στόχων αποτελεί μια τροποποίηση και επέκταση του γραμμικού προγραμματισμού. Οι δύο αυτές τεχνικές προγραμματισμού είναι ίδιες στο ότι και οι δύο αποτελούν γραμμικά μαθηματικά μοντέλα που προσπαθούν να επιτύχουν βέλτιστες λύσεις σε στόχους υπό περιορισμούς. Παρ' όλα αυτά ο προγραμματισμός στόχων και ο γραμμικός προγραμματισμός παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές δίνοντας ένα πλεονέκτημα στον προγραμματισμό στόχων, το οποίο έγκειται στην ευρύτερη κλίμακα προβλημάτων πάνω στα οποία εφαρμόζεται (Zeleny, 1982).

Συγκεκριμένα, στον προγραμματισμό στόχων, για κάθε κριτήριο, ο αποφασίζων πρέπει να ορίσει ένα στόχο που θέλει να πετύχει. Οι τιμές-στόχοι που ορίζονται